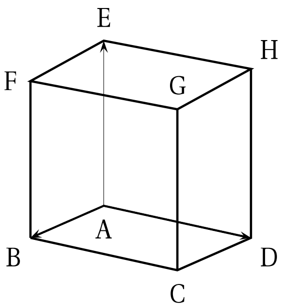
FICHE DE REVISION GEOMETRIE DANS L'ESPACE

EXERCICE 1



Soit ABCDEFGH un cube de côté 1.
On choisit le repère orthonormal $\left(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$

On appelle I et J les milieux respectifs des segments [EF] et [FG].
L est le barycentre de {(A, 1) ; (B, 3)}.
Soit (π) le plan d'équation $4x-4y+3z-3=0$.

1. Les coordonnées de L sont :
   a. $\left(\frac{1}{4} ; 0 ; 0\right)$ **b.** $\left(\frac{3}{4} ; 0 ; 0\right)$ **c.** $\left(\frac{2}{3} ; 0 ; 0\right)$
2. Le plan (π) est le plan
   a. (GLE) **b.** (LEJ) **c.** (GFA)
3. Le plan parallèle au plan (π) passant par I coupe la droite (FB) en M de coordonnées
   a. $\left(1 ; 0 ; \frac{1}{4}\right)$ **b.** $\left(1 ; 0 ; \frac{1}{5}\right)$ **c.** $\left(1 ; 0 ; \frac{1}{3}\right)$
4. **a.** Les droites (EL) et (FB) sont sécantes en un point N qui est le symétrique de M par rapport à B.
   b. Les droites (EL) et (IM) sont parallèles.
   c. Les droites (EL) et (IM) sont sécantes.
5. Le volume du tétraèdre FIJM est :
   a. $\frac{1}{36}$ **b.** $\frac{1}{48}$ **c.** $\frac{1}{24}$

EXERCICE 2

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$. On appelle $\mathscr{D}$ la droite d'équations paramétriques : $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t \\ z = -3-t \end{cases}$ et $\mathscr{P}$ le plan d'équation cartésienne $x+2y-3z-1=0$.

Numéro de la ligne	Affirmation A	Affirmation B	Affirmation C
1.	Le point M de coordonnées $(-1 ; 3 ; 2)$ appartient à $\mathscr{D}$	Le point N de coordonnées $(2 ; -1 ; -1)$ appartient à $\mathscr{D}$	Le point R de coordonnées $(3 ; 1 ; -4)$ appartient à $\mathscr{D}$
2.	Le vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $(1 ; 2 ; -3)$ est un vecteur directeur de $\mathscr{D}$	Le vecteur $\vec{v}$ de coordonnées $(-2 ; 1 ; 1)$ est un vecteur directeur de $\mathscr{D}$	Le vecteur $\vec{w}$ de coordonnées $(3 ; 1 ; -4)$ est un vecteur directeur de $\mathscr{D}$
3.	$\mathscr{D}$ est incluse dans $\mathscr{P}$	$\mathscr{D}$ est strictement parallèle à $\mathscr{P}$	$\mathscr{D}$ est sécante à $\mathscr{P}$
4.	Le point G de coordonnées $(1 ; 3 ; -2)$ appartient à $\mathscr{P}$	Le point G de coordonnées $(1 ; 3 ; 2)$ appartient à $\mathscr{P}$	Le point G de coordonnées $(1 ; 3 ; -1)$ appartient à $\mathscr{P}$
5.	Le plan Q_1 d'équation cartésienne $x+2y-3z+1=0$ est perpendiculaire à $\mathscr{P}$	Le plan Q_2 d'équation cartésienne $4x-5y-2z+3=0$ est perpendiculaire à $\mathscr{P}$	Le plan Q_3 d'équation cartésienne $-3x+2y-z-1=0$ est perpendiculaire à $\mathscr{P}$
6.	La distance du point T de coordonnées $(-1 ; -3 ; 2)$ plan $\mathscr{P}$ est : $\sqrt{14}$	La distance du point T de coordonnées $(-1 ; -3 ; 2)$ au plan $\mathscr{P}$ est : 14	La distance du point T de coordonnées $(-1 ; -3 ; 2)$ au plan $\mathscr{P}$ est : $2\sqrt{3}$

Exercice 3

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Pour chacune des cinq questions, une seule des trois propositions est exacte.

Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 *point; une réponse inexacte enlève* 0,5 *point; l'absence de réponse est comptée* 0 *point. Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.*

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $\left(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$.

On considère les points A(3 ; 1 ; 3) et B(−6 ; 2 ; 1).

Le plan $\mathcal{P}$ admet pour équation cartésienne $x + 2y + 2z = 5$.

1. L'ensemble des points M de l'espace tels que $\left\|4\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right\| = 2$ est :

   a. un plan de l'espace **b.** une sphère **c.** l'ensemble vide.

2. Les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point A sur le plan $\mathcal{P}$ sont :

   a. $\left(\frac{11}{3}\ ;\ \frac{1}{3}\ ;\ \frac{1}{3}\right)$ **b.** $\left(\frac{8}{3}\ ;\ \frac{1}{3}\ ;\ \frac{7}{3}\right)$ **c.** $\left(\frac{7}{3}\ ;\ -\frac{1}{3}\ ;\ \frac{5}{3}\right)$.

3. La sphère de centre B et de rayon 1 :

   a. coupe le plan $\mathcal{P}$ suivant un cercle ;

   b. est tangente au plan $\mathcal{P}$;

   c. ne coupe pas le plan $\mathcal{P}$.

4. On considère la droite $\mathcal{D}$ de l'espace passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}\,(1\ ;\ 2\ ;\ -1)$ et la droite $\mathcal{D}'$ d'équations paramétriques $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 3+2t \\ y &=& 3+t \\ z &=& t \end{array}\right.$ $(t \in \mathbb{R})$.

   Les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont :

   a. coplanaires et parallèles **b.** coplanaires et sécantes **c.** non coplanaires.

5. L'ensemble des points M de l'espace équidistants des points A et B est :

   a. la droite d'équations paramétriques $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -\frac{3}{2} - t \\ y &=& \frac{3}{2} - 7t \\ z &=& 2 + t \end{array}\right.$ $(t \in \mathbb{R})$.

   b. le plan d'équation cartésienne $9x - y + 2z + 11 = 0$.

   c. le plan d'équation cartésienne $x + 7y - z - 7 = 0$.

EXERCICE 4

L'espace E est rapporté à un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$. On considère les points A, B et C de coordonnées respectives (1 ; 0 ; 2), (1 ; 1 ; 4) et (−1 ; 1 ; 1).

1. **a.** Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

   b. Soit $\vec{n}$ le vecteur de coordonnées (3 ; 4 ; −2).
   Vérifier que le vecteur $\vec{n}$ est orthogonal aux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).

2. Soient P_1 et P_2 les plans d'équations respectives $2x + y + 2z + 1 = 0$ et $x - 2y + 6z = 0$.

   a. Montrer que les plans P_1 et P_2 sont sécants selon une droite D dont on déterminera un système d'équations paramétriques.

   b. La droite D et le plan (ABC) sont-ils sécants ou bien parallèles ?

3. Soit t un réel positif quelconque. On considère le barycentre G des points A, B et C affectés des coefficients respectifs 1, 2 et t.

   a. Justifier l'existence du point G pour tout réel positif t.
   Soit I le barycentre des points A et B affectés des coefficients respectifs 1 et 2. Déterminer les coordonnées du point I.
   Exprimer le vecteur $\overrightarrow{IG}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{IC}$.

   b. Montrer que l'ensemble des points G lorsque t décrit l'ensemble des nombres réels positifs ou nuls est le segment [IC] privé du point C.
   Pour quelle valeur de t, le milieu J du segment [IC] coïncide-t-il avec G ?

EXERCICE 5

Soit ABCD un tétraèdre tel que ABC, ABD et ACD soient trois triangles isocèles rectangles en A avec AB = AC = AD = a. On appelle A_1 le centre de gravité du triangle BCD. $V = \frac{1}{3}bh.$

1. Montrer que la droite (AA_1) est orthogonale au plan (BCD).
   $\left(\text{On pourra par exemple calculer } \overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{CD} \text{ et } \overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{BC}.\right)$

2. En exprimant de deux façons différentes le volume du tétraèdre ABCD, calculer la longueur du segment $[AA_1]$.

3. On appelle G l'isobarycentre du tétraèdre ABCD et I le milieu de [BC].

   a. Montrer que G appartient au segment $[AA_1]$ et déterminer la longueur AG.

   b. Déterminer l'ensemble des points M de l'espace tels que

$$\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\|.$$

4. Soit H le symétrique de A par rapport à G.

   a. Démontrer que $4\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA}$.

   b. Démontrer l'égalité $HC^2 - HD^2 = \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BA}$.

   c. En déduire que HC = HD.